

SEM-III Diploma Exam 2022 (Odd)
(Computer Science & Engineering) (Theory)
Discrete Mathematics (2018301)

[Max. Marks: 70]

[Time: 3 Hours]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

48

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer from the following options.
(सर्वाधिक उपर्युक्त विकल्प को चुनकर लिखें।) :-

(1*20=20)

- i. Power set of empty set has exactly _____ subsets.
(खाली समुच्चय के पावर सेट में उपसमुच्चय _____ होते हैं।)
(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) 3
- ii. The Cardinality of the set of even positive integers less than 20 is
(20 से कम धनात्मक सम संख्या के समुच्चय की कार्डिनैलिटी है)
(a) 8 (b) 10 (c) 9 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- iii. Universal logic gate is (सार्वभौमिक लॉजिक गेट है)
(a) NAND (b) OR (c) NOT (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- iv. Consider the Statement P: Sleeping is pleasant. Then $\sim P$ is
(कथन पर विचार करें P : सोना सुखद है। तो $\sim P$ है)
(a) Sleeping is not pleasant. (सोना सुखद नहीं है।)
(b) Sleeping is always pleasant. (सोना हमेशा सुखद होता है।)
(c) Sleeping is sometimes pleasant. (सोना कभी कभी सुखद होता है।)
(d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- v. If $A = \{a, b\}$ and $B = \{c, d\}$, then $A \times B$ is (यदि $A = \{a, b\}$ और $B = \{c, d\}$, तो $A \times B$ है)
(a) $\{(a, c), (a, d), (b, c), (b, b)\}$ (b) $\{(a, c), (a, d), (b, c), (b, d)\}$ (c) $\{(a, c), (b, d)\}$ (d) None of these
(इनमें से कोई नहीं।)
- vi. The Converse of a statement $P \rightarrow q$ is (कथन $P \rightarrow q$ का विलीन है)
(a) $\sim P \rightarrow \sim q$ (b) $q \rightarrow P$ (c) $\sim q \rightarrow \sim P$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- vii. The Value of ${}^n P_{n-1}$ is (${}^n P_{n-1}$ का मान है)
(a) n (b) n (c) 2n (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- viii. A null graph has _____ edges. (एक शून्य ग्राफ के किनारे होते हैं)
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- ix. If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ and $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ then $P(A \cap B)$ is
(यदि $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ और $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ तो $P(A \cap B)$ है)
(a) $1|8$ (b) $1|2$ (c) $1|4$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)

- x. The Set of natural numbers is a/an (प्राकृत संख्याओं का समुच्चय एक _____ है।)
 (a) Finite Set (सीमित समुच्चय) (b) Infinite Set (असीमित समुच्चय) (c) Both (a) and (b) ((a) और (b) दोनों) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xi. The range of $\cos x$ is ($\cos x$ का परिसर है)
 (a) $[-2, 2]$ (b) $[-\pi, \pi]$ (c) $[-1, 1]$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xii. Let X be a relation defined on a set $A = \{a, b\}$, and $X = \{(a, a), (a, b), (b, b)\}$ then relation is (माना कि X समुच्चय $A = \{a, b\}$ पर एक संबंध है और $X = \{(a, a), (a, b), (b, b)\}$ तो संबंध है)
 (a) Transitive (ट्रांजिटिव) (b) Symmetric (सममित) (c) Reflexive (रिफ्लेक्सिव) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xiii. Which of the following is not a Fibonacci number? (निम्नलिखित में से कौन फिबोनैकी संख्या नहीं है?)
 (a) 8 (b) 14 (c) 55 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xiv. If $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{c\}$ then (यदि $A = \{a, b, c\}$ और $B = \{c\}$, तो)
 (a) $A \subseteq B$ (b) $B \subseteq A$ (c) $A = B$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xv. If the origin and terminus of a walk are same, the walk is known as (यदि किसी चलन का उद्गम और अन्त एक ही हो तो चलन जाना जाता है)
 (a) Open (खुला) (b) Closed (बंद) (c) Path (पथ) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xvi. The mean of Binomial distribution is (द्विपद वितरण का माध्य है)
 (a) np (b) npq (c) \sqrt{npq} (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xvii. If $|n + 2| = 60 \times |n - 1|$, then value of n is (यदि $|n + 2| = 60 \times |n - 1|$ हो तो n का मान है)
 (a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xviii. If $\frac{1}{|x-1|} + \frac{1}{|x-2|} = \frac{x}{|x-3|}$ then value of x is (यदि $\frac{1}{|x-1|} + \frac{1}{|x-2|} = \frac{x}{|x-3|}$ हो तो x का मान है)
 (a) 100 (b) 36 (c) 49 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xix. The maximum degree of any vertex in a simple graph with n vertices is (n शीर्ष वाले सरल ग्राफ में किसी भी शीर्ष का अधिकतम घात है)
 (a) $n - 1$ (b) $n + 1$ (c) $2n - 1$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)
- xx. Which among the following is the standard deviation of Binomial distribution? (निम्नलिखित में से कौन द्विपद वितरण का मानक विचलन है?)
 (a) npq (b) np (c) \sqrt{npq} (d) None of these (इनमें से कोई नहीं।)

Group (B) (ग्रुप -बी)

- Q.2 Prove that $A - B = B' - A'$ where A and B are arbitrary sets. (सिद्ध करें कि $A - B = B' - A'$ जहाँ A और B स्वेच्छाचारी समुच्चय हैं।) 4
 OR (अथवा)
 Define equivalence relation and give one example of this. (तुल्यता संबंध को परिभाषित करें और इसका एक उदाहरण दें।) 4
- Q.3 If A, B, C be three sets then prove that $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$ (यदि A, B, C तीन समुच्चय हैं तो सिद्ध करें कि $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$) 4
 OR (अथवा)
 Using all the letters of the word "MATHEMATICS", how many distinct words can be formed? ("गणित" शब्द के सभी अक्षरों का उपयोग करके, कितने अलग अलग शब्द बनाए जा सकते हैं?) 4
- Q.4 Evaluate the following (निम्नलिखित का मान निकालें) 4
 (a) $\frac{|n+1|}{|n|}$ (b) $\frac{|10|}{|5| |2|}$
- OR (अथवा)
 If A, B, C be three sets, then prove that $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$ (यदि A, B, C तीन समुच्चय हैं तो सिद्ध करें कि $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$) 4
- Q.5 Let r be a relation of perpendicular on a non-empty set X of straight lines. Does it makes an equivalence relation? Justify your answer. (माना कि r सीधी रेखाओं के गैर रिक्त समुच्चय X में लम्बवत संबंध है। क्या यह तुल्यता संबंध है? अपने जवाब का औचित्य बताएँ।) 4
 OR (अथवा)
 Define recurrence relation and find the Fibonacci sequence. (पुनरावृत्ति संबंध को पारिभाषित करें और फिबोनैकी अनुक्रम को प्राप्त करें।) 4
- Q.6 Define graph and regular graph. (ग्राफ और नियमित ग्राफ को परिभाषित करें।) 4
 OR (अथवा)
 Give an example of a relation on the set $\{x, y, z\}$ which is reflexive and symmetric but not transitive. (समुच्चय $\{x, y, z\}$ पर एक संबंध का उदाहरण दें जो स्वतुल्य और सममित है लेकिन सकर्मक नहीं है।) 4

Group (C) (ग्रुप - सी)

- Q.7 Solve the recurrence relation $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ with initial conditions. $a_0 = 1, a_1 = 6$. 6
(पुनरावृत्ति संबंध को हल करें $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ जहाँ प्रारंभिक शर्त है : $a_0 = 1, a_1 = 6$)

OR (अथवा)

Find the domain and range of the function $f(x) = \frac{9x}{3-x}$. 6
(फलन $f(x) = \frac{9x}{3-x}$ का प्रांत और परिसर ज्ञात करें।)

- Q.8 Find the 5th and 6th term in the expansion of $(2x + 3y)^6$ 6
($(2x + 3y)^6$ के विस्तार में 5 वाँ और 6 वाँ पद ज्ञात कीजिए।)

OR (अथवा)

Given that the value of $P \rightarrow q$ is true. Determine the value of $\sim P \wedge (p \leftrightarrow q)$? 6
(दिया है कि $P \rightarrow q$ का मान सत्य है। $\sim P \wedge (p \leftrightarrow q)$ का मान निर्धारित करें।)

- Q.9 A drawer contains 12 red and 12 blue socks, all unmatched. A person takes socks at random in the 6
dark. How many socks must be taken out to be sure that he has at least 2 blue socks?
(एक दराज में 12 लाल और 12 नीले मोजे हैं, सभी बेजोड़ हैं। एक व्यक्ति अँधेरे में यादृच्छया मोजे लेता है। यह सुनिश्चित करने के लिए उसके पास कम से कम 2 नीले मोजे हैं, उसे कितने मोजे निकालने चाहिए?)

OR (अथवा)

State the pigeonhole principle and give an example to verify it. 6
(पिजनहोल का सिद्धांत बताएं और इसे सत्यापित करने के लिए एक उदाहरण दें।)

- Q.10 If A, B and C be three sets, then prove that $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ 6
(यदि A, B और C तीन समुच्चय हैं तो सिद्ध करें कि $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$)

OR (अथवा)

If A, B and C be three sets, then prove that $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ 6
(यदि A, B और C तीन समुच्चय हैं तो सिद्ध करें कि $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$)

- Q.11 In how many ways can the word "CHRISTMAS" be arranged so that the letters C and M are 6
never adjacent?
(“CHRISTMAS” शब्द को कितने तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है कि अक्षर C और M कभी भी आसन्न न हों।)

OR (अथवा)

How many different 6 digit numbers can be formed from the digits 4, 5, 2, 1, 8, 9? 6
(अंक 4, 5, 2, 1, 8, 9 से 6 अंकों की कितनी भिन्न संख्याएँ बनायी जा सकती हैं?)
