

Roll No: 111182122057

SEM-I/II Diploma Exam 2022 (Odd)
(Common) (Theory)
Mathematics-II (2002201)

[Time: 3 Hours]

[Max. Marks: 70]

- All questions are compulsory. (सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।)
- Marks are mentioned on the right side of each question. (अंक सभी प्रश्न के दाईं ओर अंकित किये हैं।)

Group (A) (ग्रुप -ए)

Q.1 Choose the most suitable answer the following options. (1*20=20)
(सर्वाधिक उपयुक्त विकल्प को चुनकर लिखें) :-

- i. The domain of the function $\sqrt{(x-2)(x-3)}$ is (फलन $\sqrt{(x-2)(x-3)}$ का प्रभाव क्षेत्र है।)
- (a) $\{x \geq 3 \text{ or } x \leq 2\}$ (b) $\{x \leq 1 \text{ or } x \geq 2\}$ (c) $\{x < 0 \text{ or } x > 5\}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- ii. If $f(x) = \log x$, then $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ is equal to (यदि $f(x) = \log x$ तब $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ बराबर है।)
- (a) $\left(\frac{1}{x}\right)$ (b) x (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iii. The Value of $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x-1}{x^2-1} \right]$ is $\left(\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x-1}{x^2-1} \right] \right)$ का मान है।
- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- iv. $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x^2-3x}{x^2-4} \right]$ is equal to $\left(\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{x^2-3x}{x^2-4} \right] \right)$ बराबर है।
- (a) -20 (b) 18 (c) 20 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- v. Differential co-efficient of $\sec^{-1} x$ with respect to x is (x के सापेक्ष $\sec^{-1} x$ अवकल गुणांक है।)
- (a) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$ (c) $\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vi. Differential co-efficient of a^x with respect to x is (x के सापेक्ष a^x का अवकल गुणांक है।)
- (a) $\frac{\log a}{a^x}$ (b) $a^x \log a$ (c) $\frac{a^x}{\log a}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- vii. Differential co-efficient of $\cos x$ with respect to x is (x के सापेक्ष $\cos x$ का अवकल गुणांक है।)
- (a) $-\sin x$ (b) $\tan x$ (c) $\operatorname{cosec} x$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- viii. The value of $\int e^{3x-1}$ is equal to $\left(\int e^{3x-1} \right)$ का मान बराबर है।
- (a) $e^{3x-1} + c$ (b) $\frac{1}{3} e^{3x-1} + c$ (c) $3e^{3x-1} + c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

- ix. Differential co-efficient of $\sin x$ w.r.t. $\tan x$ is ($\tan x$ के सापेक्ष $\sin x$ का अवकल गुणांक है।)
- (a) $\sin^3 x$ (b) $\cos^3 x$ (c) $\sec^3 x$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- x. $\int \cos x \, dx$ is equal to $\left(\int \cos x \, dx \right)$ बराबर है।
- (a) $\sin x + c$ (b) $\cos x + c$ (c) $\tan x + c$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xi. The value of $\int_2^3 x^2 \, dx$ ($\int_2^3 x^2 \, dx$ का मान है)
- (a) $\frac{3}{19}$ (b) $\frac{19}{3}$ (c) $\frac{20}{3}$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xii. The value of $\int_0^\infty e^{-x} \, dx$ ($\int_0^\infty e^{-x} \, dx$ का मान है)
- (a) 2 (b) 3 (c) 1 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiii. The order and degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2dy}{dx} - 8y = 0$ are respectively. (अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2dy}{dx} - 8y = 0$ क्रमशः कोटि तथा घात है।)
- (a) 1 and 2 (1 और 2) (b) 2 and 2 (2 और 2) (c) 2 and 1 (2 और 1) (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xiv. The order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 9 = \sin x$ are (अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 9 = \sin x$ का कोटि तथा घात है।)
- (a) 2,3 (b) 3,2 (c) 4,2 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xv. The general solution of the differential equation $ydx - xdy = xydx$ is (अवकल समीकरण $ydx - xdy = xydx$ का साधारण हल है।)
- (a) $y = Axe^x$ (b) $Ax = ye^x$ (c) $y = Ae^x$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvi. If $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ then $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots$ (यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 4\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ तब $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ बराबर है ...)
- (a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xvii. Direction cosine of $\vec{a} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ is $-\left(\vec{a} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}\right)$ का कोटिक-कोज्या है।
- (a) $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{3}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}\right)$ (b) $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{1}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}\right)$ (c) $\left(\frac{5}{\sqrt{50}}, \frac{4}{\sqrt{50}}, \frac{3}{\sqrt{50}}\right)$ (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
- xviii. The value of $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$ is $\left(\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})\right)$ का मान है।
- (a) \vec{i} (b) \vec{k} (c) 0 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

- ix. If $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ then $\vec{a} - \vec{b}$ is (यदि $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ तब $\vec{a} - \vec{b}$ है.....)
- (a) 4 (b) 7 (c) 5 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

xx. If $\vec{a} = (3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$ and $\vec{b} = (6\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k})$, then the value of $|\vec{a} \times \vec{b}|$ is (यदि $\vec{a} = (3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$ और $\vec{b} = (6\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k})$ तब $|\vec{a} \times \vec{b}|$ का मान है)

- (a) 25 (b) 26 (c) 27 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

Group (B) (ग्रुप - बी)

Q.2 Find the differential co-efficient of $\tan x$ with respect to x form first principal. (प्रथम सिद्धांत से $\tan x$ का अवकल-गुणांक x के सापेक्ष निकालें)

OR (अथवा)

If $x^3 y^4 = (x + y)^7$, find $\frac{dy}{dx}$ (यदि $x^3 y^4 = (x + y)^7$, हो तो $\frac{dy}{dx}$ निकालें)

Q.3 Evaluate $\lim_{x \rightarrow y} \left[\frac{\sin x - \sin y}{x - y} \right]$ (मान निकालें $\lim_{x \rightarrow y} \left[\frac{\sin x - \sin y}{x - y} \right]$)

OR (अथवा)

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2}}$ (मान निकालें $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2}}$)

Q.4 Integrate $\int \sin^4 x \, dx$. (समाकलन करें $\int \sin^4 x \, dx$)

OR (अथवा)

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \left[\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \right] dx$. (मान निकालें $\int_0^{\pi/2} \left[\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} \right] dx$)

Q.5 Solve the following differential equation $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$. (निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$)

OR (अथवा)

Solve the following differential equation: $\frac{dy}{dx} = (2x + 3y - 4)^2$. (निम्नांकित अवकल समीकरण को हल करें $\frac{dy}{dx} = (2x + 3y - 4)^2$)

Q.6 Prove that the three points $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$, and $-\vec{7}\vec{b} + 10\vec{c}$ are collinear. सिद्ध करें की तीन बिन्दु $\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$, एवं $-\vec{7}\vec{b} + 10\vec{c}$ एक रेखिक हैं।

OR (अथवा)

The position vectors of the points P, Q, R and S are respectively $(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$, $(2\vec{i} + 5\vec{j})$, $(3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k})$ and $(\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k})$ prove that \vec{PQ} and \vec{RS} are parallel. (बिन्दु P, Q, R और S के स्थिति-सदिश क्रमशः $(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$, $(2\vec{i} + 5\vec{j})$, $(3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k})$ तथा $(\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k})$ हैं। सिद्ध करें की \vec{PQ} तथा \vec{RS} समानान्ता हैं।)

Group (C) (ग्रुप - सी)

Q.7 Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin(\alpha + \beta)x + \sin(\alpha - \beta)x + \sin 2\alpha x}{\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x} \right\} x$. (मान निकालें $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin(\alpha + \beta)x + \sin(\alpha - \beta)x + \sin 2\alpha x}{\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x} \right\} x$)

OR (अथवा)

A function $f(x)$ is defined as following

$$f(x) = \begin{cases} 5/2 - x, & \text{for } x < 2 \\ 1, & \text{for } x = 2 \\ x - 2/3, & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

Prove that the $f(x)$ is discontinuous at $x = 2$.

(फलन $f(x)$ निम्नलिखित से परिभाषित है।)

$$f(x) = \begin{cases} 5/2 - x, & \text{for } x < 2 \\ 1, & \text{for } x = 2 \\ x - 2/3, & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

सिद्ध करें की $f(x)$ सतत पर $x = 2$.)

Q.8 Integrate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$

(समाकलन करें $\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$)

OR (अथवा)

Evaluate $\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cos x \, dx$.

(मान निकालें $\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cos x \, dx$)

- Q.9 If $y = x \log \frac{x}{a+bx}$ show that $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$. 6
 (यदि $y = x \log \frac{x}{a+bx}$ दिखाये कि $x^3 \frac{d^2y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$)

OR (अथवा)

- If $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \pi/2$. 6
 (यदि $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$, निकालें $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\theta = \pi/2$ पर)

- Q.10 Find the area intercepted by the line $y = x$ from the parabola $y^2 = 8x$. 6
 (परवलय $y^2 = 8x$ से सरलरेखा $y = x$ द्वारा करे भाग का क्षेत्रफल निकालें।)

OR (अथवा)

- Solve the following differential equation $(x + y)(dx - dy) = dx + dy$. 6
 (निम्नांकित अवकलन समीकरण को हल करे $(x + y)(dx - dy) = dx + dy$)

- Q.11 If $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ then find the angle between $(\vec{a} \times \vec{b})$ and $(\vec{a} + \vec{b})$. 6
 (अगर $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ तब $(\vec{a} \times \vec{b})$ एवं $(\vec{a} + \vec{b})$ के बीच का कोण ज्ञात करें।)

OR (अथवा)

- The force represented by $5\vec{i} - \vec{k}$ is acting the point $9\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Find its vector moment about the point $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Also find magnitude of the moment. 6
 ($5\vec{i} - \vec{k}$ से निरूपित बल बिन्दु $9\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ पर क्रियाशील है। बिन्दु $3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ के परितः उसका सदिश घूर्ण ज्ञात करें। घूर्ण का परिमाण भी ज्ञात करें।)
